إمتحان الجسم الصلب المعمقة – 2 سا-

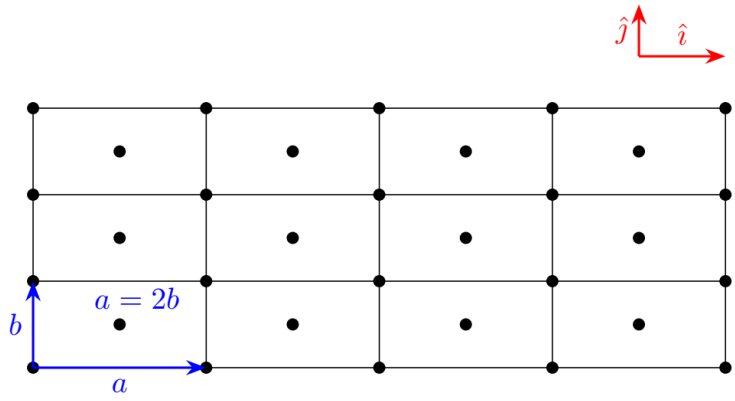
الأسئلة النظرية :8 ن

1/ ما هو الفرق بين خلية الوحدة الأولية – خلية الوحدة الإصطلاحية و خلية ويغنر -سايتز؟ .....

.....

.....

2/ لتكن الشبكة ثنائية البعد الموضحة في الشكل ، حدد على الشكل أشعة الأساس $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ الموافقة لخلية وحدة أولية (مع إعطاء عبارتها)، و أشعة الأساس الموافقة لخلية وحدة غير أولية (مثلها على الشكل مع إعطاء عبارتها). إستنتج في كل حالة مساحة خلية الوحدة . قارن بين المساحتين ماذا تلاحظ ؟ مع التعليل.



.....

.....

.....

3/ أ) أعط عبارة التبدد (E(k)) للإلكترون الحر : .....

ب/ ماهي فرضية نموذج الإلكترون شبه الحر بخصوص – دالة الموجة :.....

- **الكمون :.....**

ج/ نفس السؤال لشديد الإرتباط – دالة الموجة :.....

- **الكمون :.....**

د/ نفس السؤال لنموذج Kroing & Penney - دالة الموجة : .....

- **الكمون :.....**

التمرين الأول : 6ن

نعتبر شبكة خطية مكونة من قاعدة أحادية الذرة. ثابت الشبكة a ، معامل المرونة مع الجوار الأول μ .

1. أكتب معادلة الحركة للأيون المهتز ضمن الشبكة ذي الموقع الإتزاني na :. .....

.....

.....إقلب الصفحة ..

2. إستنتج علاقة التبدد و مثلها بيانيا .

.....

.....

.....

.....

.....

3. إستنتج عبارة سرعة المجموعة و مثلها بيانيا. .....

.....

.....

.....

4. إنطلاقا من السؤال 3 صف أمواج الإهتزاز عبر الشبكة لما $k \sim 0$ و لما $k = \pm \frac{\pi}{a}$. :.....

.....

<u>التمرين الثاني</u> : 6ن

نعتبر سلسلة خطية من الذرات بثابت شبكة a و أن كل ذرة تحتوي على إلكترون وحيد في المدار s.

1. أعطي علاقة التبدد لطاقة الإلكترون حسب نموذج الإلكترون شديد الإرتباط بإعتبار تأثير الجوار الأول فقط .

.....

.....

2. بسط علاقة التبدد بإعتبار $E_s = 0$ و $\beta = -1eV$ و $\gamma = -\frac{1}{2}$: .....

.....

.....

3. مثل علاقة التبدد بيانيا مع تحديد أكبر طاقة و أصغر طاقة للعصابة s :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

جامعة بسكرة – كلية العلوم – قسم علوم المادة
سنة أولى ماستر – فيزياء المادة
حل إمتحان الجسم الصلب المعمقة

الأسئلة النظرية (5.8 نقاط)

1) الفرق بين خلية الوحدة الأولية، الإصطلاحية وخلية ويغنر–سايت (5.2 ن)

الجواب:

- خلية الوحدة الأولية: أصغر خلية تُولد الشبكة تحتوي عقدة واحدة و لايتطابق تناظرها بالضرورة مع الشبكة.
- خلية الوحدة الإصطلاحية: خلية أكبر تُستعمل لتوضيح التماثل و بها أكثر من عقدة.
- خلية ويغنر–سايت: خلية وحدة أولية بها عقدة واحدة بتناظر يماثل تناظر الشبكة.

---

2) الشبكة الثنائية البعد وأشعة الأساس (3 ن)

الشبكة الثنائية البعد المستطيلة الممركزة (a=2b)

نعتبر شبكة بلورية ثنائية البعد من النوع المستطيل الممركز، حيث:

$$a = 2b$$

1) خلية الوحدة غير الأولية (بعقدتين)

أشعة الأساس تُختار كما يلي:

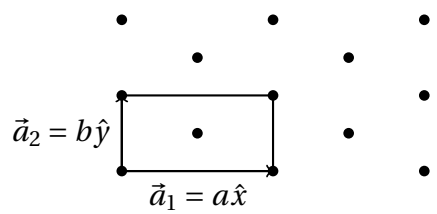
$$\vec{a}_1 = a\,\hat{x}, \qquad \vec{a}_2 = b\,\hat{y}$$

عدد العقد داخل الخلية:

$$4 \times \frac{1}{4} + 1 = 2$$

مساحة خلية الوحدة غير الأولية:

$$S_{\text{غير أولية}} = |\vec{a}_1 \times \vec{a}_2| = ab$$



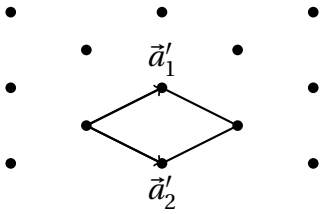
2) خلية الوحدة الأولية (بعقدة واحدة)

يمكن اختيار أشعة الأساس الأولية على النحو:

$$\vec{a}'_1 = \frac{a}{2}\hat{x} + \frac{b}{2}\hat{y}, \qquad \vec{a}'_2 = \frac{a}{2}\hat{x} - \frac{b}{2}\hat{y}$$

مساحة خلية الوحدة الأولية:

$$S_{\text{أولية}} = |\vec{a}'_1 \times \vec{a}'_2| = \frac{ab}{2}$$



3) العلاقة بين المساحتين

نستنتج أن:

$$S_{\text{غير أولية}} = 2\, S_{\text{أولية}}$$

وذلك لأن خلية الوحدة غير الأولية تحتوي على عقدتين، في حين تحتوي خلية الوحدة الأولية على عقدة واحدة فقط، مع تمثيل نفس الشبكة البلورية.

3) نماذج الإلكترون في البلورات (3 ن)

أ) الإلكترون الحر

$$E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

ب) الإلكترون شبه الحر

دالة الموجة :

$$\psi_k(\vec{r}) = u_k(\vec{r}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$$

تأثير الكمون ضعيف

ج) الإلكترون شديد الارتباط

دوال موجة محلية غير منتشرة
الكمون قوي

$$U(r) = U_{atm}(r) + \Delta U(r)$$

د) نموذج Kronig–Penney

$$\psi_k(\vec{r}) = u_k(\vec{r})e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$$

الكمون عبارة عن آبار كمونية بحواجز منتهية

التمرين الأول (5.8 نقاط)

نعتبر سلسلة خطية أحادية الذرة، ثابت الشبكة a، الكتلة m، ومعامل المرونة μ.

---

1) معادلة الحركة (2 ن)

$$m\ddot{u}_n = \mu(u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n)$$

---

2) علاقة التبدد وتمثيلها (3 ن)

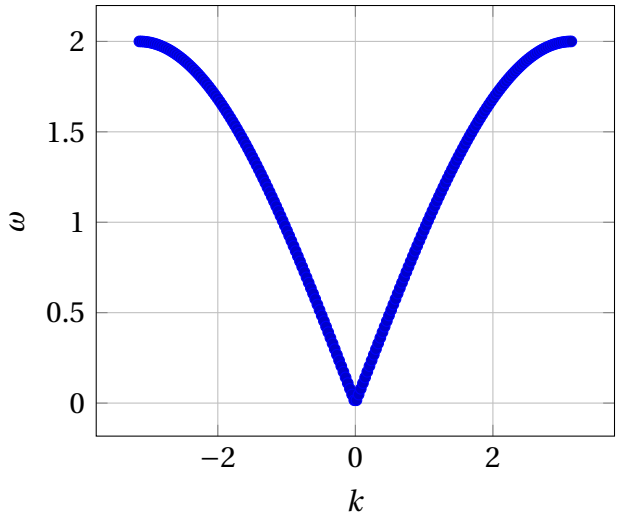
نفترض:

$$u_n = ue^{i(nka-\omega t)}$$

نحصل على:

$$\omega(k) = 2\sqrt{\frac{\mu}{m}}\left|\sin\left(\frac{ka}{2}\right)\right|$$

التمثيل البياني:

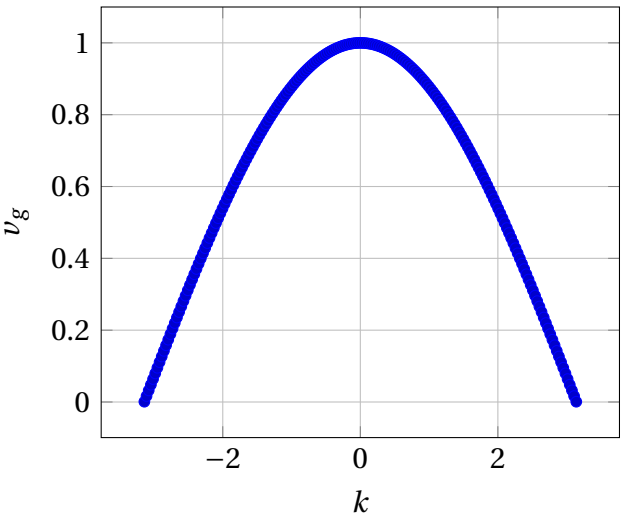


---

3) سرعة المجموعة (2 ن)

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = a\sqrt{\frac{\mu}{m}}\cos\left(\frac{ka}{2}\right)$$

تمثيلها:



---

4) السلوك عند حدود المنطقة الأولى (5.1 ن)

- عند $k \to 0$: أمواج صوتية $\omega \propto k$
- عند $k = \pm\pi/a$: سرعة المجموعة منعدمة

التمرين الثاني (3 نقاط)

نعتبر نموذج الإلكترون شديد الارتباط مع:

$$\beta = 0, \quad \gamma = -1\,\text{eV}$$

---

1) علاقة التبدد (1 ن)

$$E(k) = E_s - 2\gamma\cos(ka)$$

---

2) المجال الطاقوي (1 ن)

$$E_{\min} = E_s - 2|\gamma|, \qquad E_{\max} = E_s + 2|\gamma|$$

---

3) التمثيل البياني (1 ن)