Département de Génie Electrique

Filière : Automatique et Informatique industrielle

Module : Systèmes linéaires multivariables *Durée : 1h : 30 min*

Examen

I- Questions de cours :

a- Donner deux types de représentations externes d'un système linéaire multivariable et deux avantages de la représentation d'état.

b- Comment obtenir une réalisation minimale.

c- Considérons une représentation d'état quelconque :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

Comment obtenir une forme compagne de commandabilité (donner les étapes).

II-

Exercice 1 :

Soit le système linéaire représenté par la fonction de transfert suivante :

$$H(p) = \frac{2 + p^{-1}}{p^2 + 3p + 2}$$

- Donner la représentation d'état sous forme compagne de commande.
- En utilisant un retour d'état, déterminer K de façon que le polynôme caractéristique ait en boucle fermée les pôles suivants : -2, -1 et -5.

Exercice 2 :

A - Un système est représenté par : $\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_2 + u_1 \\ \dot{x}_2 = u_2 \\ \dot{x}_3 = x_1 - 3x_3 + u_2 \end{cases}$ et $\begin{cases} y_1 = x_1 \\ y_2 = x_2 + x_3 \end{cases}$

- Trouver les valeurs propres ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$) et les vecteurs propres (v_1 , v_2 , v_3).
- Faire un changement de variable $x = P\tilde{x}$ qui conduit à une matrice diagonale $\tilde{\boldsymbol{A}}$. Calculer les matrices $\tilde{\boldsymbol{A}}$, $\tilde{\boldsymbol{B}}$ et $\tilde{\boldsymbol{C}}$.

B- soit la matrice de transfert suivante :

$$G(p) = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{p+1} & \dfrac{1}{p(p+1)} \\ \dfrac{1}{(p+1)(p+3)} & \dfrac{1}{p+3} + \dfrac{1}{p}\left(1 + \dfrac{1}{(p+1)(p+3)}\right) \end{bmatrix}$$

- En utilisant la méthode de Gilbert, donner une représentation d'état.

C- Un système est représenté par les équations différentielles suivantes :

$$\ddot{y}_1 + 2\dot{y}_1 + \dot{y}_2 - 3y_2 = \dot{u}_1 + u_1 + \dot{u}_2 + 2u_2$$
$$\dot{y}_1 + \dot{y}_2 - y_2 = u_1$$

- A partir de la représentation $L(D)y = M(D)u$, donner la matrice de transfert.