جامعة محمد خيضر بسكرة

كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير

قسم الجذع المشترك 13 جانفي 2025

السنة الأولى المدة ساعة و نصف

الامتحان النهائي للمقياس الرياضيات 1

التمرين 01: (08 نقاط) (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - \frac{1}{2}, \quad \forall n \geq 1' \end{cases}$$

1) أحسب u_1 و u_2
2) برهن بالتراجع : $\forall n \in N,\ u_n > -2$
3) اثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما
4) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على **N** كما يلي : $v_n = u_n + 2$
   أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{4}$
   ب) أكتب (v_n) بدلالة n , ثم بين أنه : $\forall n \in N, u_n = 6\left(\frac{3}{4}\right)^n - 2$
   ت) أحسب $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$
5) أحسب بدلالة n كلا من المجموعين S_n و T_n حيث :

$$S_n = v_0 + \cdots + v_n$$
$$T_n = \frac{1}{2+u_0} + \cdots + \frac{1}{2+u_n}$$

التمرين 02: (12 نقطة) f الدالة المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = 1 + \frac{1 + 2\ln x}{x^2}$$

(Γ_f) المنحنى البياني للدالة f .

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{X\to0^+} f(x)$
2) أثبت أن f تقبل الاشتقاق على مجال تعريفها و أحسب مشتقها
3) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
4) بين أن المنحنى (Γ_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة في المجال [0,52 ; 0,53]
5) أحسب f(e) , ثم أرسم (Γ_f) في معلم متعامد و متجانس
6) أثبت أن الدالة f تقبل المكاملة و أحسب دالتها الأصلية
7) أحسب مساحة الحيز المحصور بين (Γ_f) و محور الفواصل و المستقيمان : x=1 و x=e .